Algjebra e Bulit

Operacioni ***OSE***

1 +1 =1
1 +0 =1
0 +1 =1
0 +0 =0

Operacioni ***DHE***

1x 1= 1
1x 0= 0
0x1 = 0
0x 0= 0

Operacioni ***JO***

1 = 0

0 = 1

Në bazë të postulateve të dhëna më sipër, duke shfrytëzuar variablën logjike **A**, e cila mund t'i marrë dy vlerat logjike të mundshme, **0** dhe **1**, si dhe tri operacioneve themelore, nxirren edhe *relacionet algjebrike* vijuese.

$\overline{A} + A = 1$
$A + A = A$
$A + 1 = 1$
$A + 0 = A$

$\overline{A} \times A = 0$
$A \times A = A$
$A \times 0 = 0$
$A \times 1 = A$

$\overline{\overline{A}} = A$

Këto relacione në praktikë vërtetohen shumë thjesht, nëse në vend të variablës **A** shkruhen dy vlerat e mundshme të saj. Kështu, p.sh., për relacionin

$A + 0 = A$

Ligjet

Disa prej ligjeve që përdoren në algjebrën e zakonshme mund të shkruhen edhe në *algjebrën e Bulit*. Në vazhdim janë dhënë ligjet themelore të kësaj algjebre përmes *barazimeve logjike* të cilat përmbajnë dy ose tri variabla logjike.

Ligji i komutacionit

Ax B= Bx A
A+ B =B +A

Ligji i asociacionit

Ax (Bx C)= (Ax B)x C
A+ (B+ C)= (A+ B)+ C

Ligji i distribucionit
Ax B+C =(Ax B)+ (Ax C)
A +(B C) (A+ B) (A +C)

Ligji i absorbcionit
A +(Ax B) A
A x(A+ B) A

Ligji i ekspansionit

$(A\text{x } B) + (A\text{x } \bar{B}) = A$

(A +B)x (A+ B) A

Shembuj
a. **A(A+B)=A**.

A(A+B)= AA + AB
A + AB
A (1 + B)
A(1)
A

b.

$AB + A\bar{B} = A\,(B + \bar{B})$
A 1
A

c.

$(A+B)(A+\overline{B})=$ $AA+A\overline{B}+A\overline{B}+BB$

$A+AB+A\overline{B}+0$

$A+AB+A\overline{B}$

$A(1+B)+A\overline{B}$

$A(1+A\overline{B})$

$A(1+\overline{B})$
A

Teoremat e De Morgan-it

Gjetja e funksioneve komplementare mbështetet në të ashtuquajturat *teorema të De Morgan-it*, të cilat, për funksionet me dy variabla, shkruhen kështu:

$\overline{A+B} = \overline{A}\ \overline{B}$

$\overline{A\ B} = \overline{A} + \overline{B}$

Identitete me rëndësi

$$A(\overline{A}+B)=AB$$

$$A+\overline{A}B=A+B$$

$$(AB)\ (A+B)=AB$$

$$\overline{(AB)}(A+B)=A\overline{B}+\overline{A}B$$

$$\overline{(A\overline{B} + \overline{A}B)} = AB + \overline{A}\,\overline{B}$$

$$(A + B)\ (B + C)\ (A + C) = AB + BC + AC$$

$$(A + B)\ (\overline{A} + C) = AC + \overline{A}B$$

$$AC + AB + B\overline{C} = AC + B\overline{C}$$

$$(A + B)\ (B + C)\ (\overline{A} + C) = (A + B)\ (\overline{A} + C)$$

Shembuj

a.

$$\begin{aligned} A(\overline{A} + B) &= A\overline{A} + AB \\ &= 0 + AB \\ &= AB \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} \overline{(AB)}(A + B) &= (\overline{A} + \overline{B})\ (A + B) \\ &= A\overline{A} + A\overline{B} + \overline{A}B + B\overline{B} \\ &= 0 + A\overline{B} + \overline{A}B + 0 \\ &= A\overline{B} + \overline{A}B \end{aligned}$$

c.

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A} + \overline{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{B} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{1} + \overline{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{B} \\
&= \mathbf{A}\ (\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B} \\
&= \mathbf{AB} + \mathbf{A}\overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B} \\
&= (\mathbf{AB} + \mathbf{AB})\ (\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}) \\
&= \mathbf{AB} + \mathbf{A}\overline{\mathbf{B}} + \mathbf{AB} + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B} \\
&= \mathbf{A}\ (\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}) + \mathbf{B}\ (\mathbf{A} + \overline{\mathbf{A}}) \\
&= \mathbf{A} \cdot \mathbf{1} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{1} \\
&= \mathbf{A} + \mathbf{B}
\end{aligned}
$$

d.

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \cdot \left(\overline{\mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B}}\right) &= \mathbf{A}\overline{\mathbf{A}} + \mathbf{A}\overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B} + \mathbf{B}\overline{\mathbf{B}} \\
&= 0 + \mathbf{A}\overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B} + 0 \\
&= \mathbf{A}\overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}
\end{aligned}
$$

e.

$$
\begin{aligned}
(A+B)\,(\overline{A}+C) &= A\overline{A} + \overline{A}B + AC + BC \\
&= 0 + \overline{A}B + AC + BC \\
&= \overline{A}B + AC + BC \\
&= \overline{A}B\cdot 1 + AC\cdot 1 + BC\cdot 1 \\
&= \overline{A}B(C+\overline{C}) + AC(B+\overline{B}) + BC(A+\overline{A}) \\
&= \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + ABC + A\overline{B}C + ABC + \overline{A}BC \\
&= \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + ABC + A\overline{B}C \\
&= \overline{A}B(C+\overline{C}) + AC(B+\overline{B}) \\
&= \overline{A}B\cdot 1 + AC\cdot 1 \\
&= \overline{A}B + AC
\end{aligned}
$$

f.

$$
\begin{aligned}
AB + \overline{A}C + BC &= AB + \overline{A}C + 1\cdot BC \\
&= AB + \overline{A}C + (A+\overline{A})BC \\
&= AB + \overline{A}C + ABC + \overline{A}BC \\
&= AB(1+C) + \overline{A}C(1+B) \\
&= AB\cdot 1 + \overline{A}C\cdot 1 \\
&= AB + \overline{A}C
\end{aligned}
$$