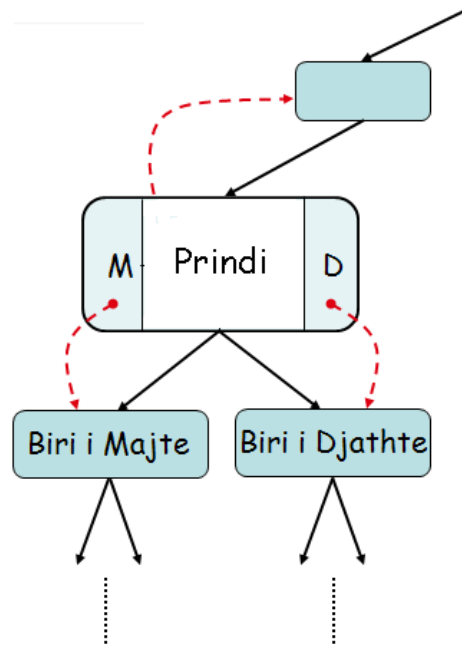


Pemët e kërkimit binar

Pemët (ang: Tree) janë strukture thelbësore në shkencat kompjuterike. Pemët binare janë struktura të njave të formuara në hierarki, ku secila nyje ka së paku dy fëmijë. Fëmijët "biri i djathtë" dhe "biri i majtë".



Pemët binare janë efikase për kërkim të të dhënave, ato janë efikase për ruajtjen e të dhënave për qasje të shpejtë dhe fshirje. Të dhënat në Pemë Binare ruhen në nyje të cilat janë të shoqëruara me vlera ose çelës; këto vlera nevojiten për të strukturuar pemën ashtu që vlera e njëjës në të majtë të prindit të jetë më e vogël se vlera e njëjës së prindit, dhe vlera e njëjës fëmijë në të djathtë të jetë më e madhe se sa vlera e njëjës prind. Me fjalë të tjera:

- Nëse y është në biri i majtë i x (prind),

$$\text{atëherë çelës } [y] \leq \text{çelës } [x]$$

- Nëse y është në biri i djathtë i x (prind),

$$\text{atëherë çelës } [y] \geq \text{çelës } [x]$$

Operacionet që mund të kryhen në një pemë binar kërkuese janë insertimi, kërkimi, fshirja, minimumi dhe maksimumi.

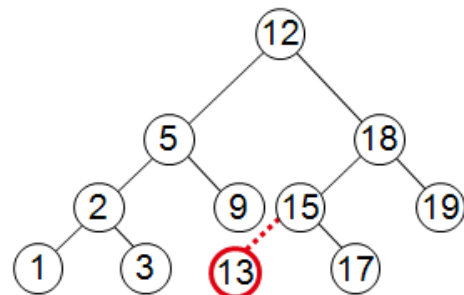
Insertimi

Për të insertuar një nyje të re në pemë, mund të shfrytëzohet metoda në vijim. Në fillim fillojmë nga rrënja e pemës dhe i krahasojmë vlerat e nyjës e cila insertohet me vlerën e rrënjës së nyjës. Nëse vlera që insertohet është e barabartë me vlerën e rrënjës, atëherë kemi të bëjmë me nyje të njëjta, kthehemi duke treguar për një gjë të tillë. Nëse vlera e nyjës që insertohet është më e vogël se vlera e rrënjës, atëherë e përcjellim degën e pemës në të majtë, ndryshe e përcjellim degën në të djathtë të rrënjës. Kështu vazhdon krahasimi, derisa të gjejmë një nyje në të majtë apo në të djathtë të prindit e cila është e zbrazët, kjo indikon se nuk mund të shkohet më tutje! Në këtë pikë, ne vendosim një nyje të re, ku edhe lokacioni i vendosjes ishte i zbrazët. Është e qartë se nyjet e reja vendosen gjithmonë si fletë në pemë, thënë shtruar nyjet zgjerohen e nuk insertohen. [R]

Shembull:

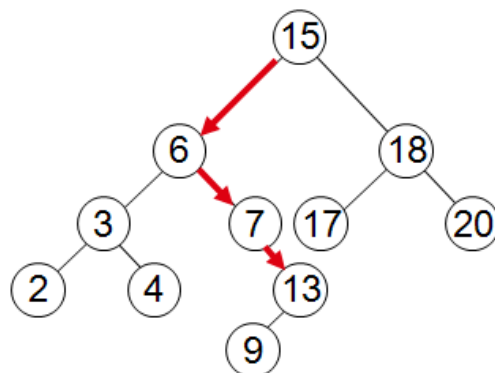
Në fillim bëhet krahasimi nga rrënja e pemës, në këtë rast rrënja ka vlerën 12. Vlera që do të shtohet në pemë është 13 dhe është më e madhe se vlera e rrënjës (12), pra përcjellim degën në të djathtë (nyja me vlerë 18) dhe kështu vazhdojmë nga ana e majtë e nyjës me vlerë 18 pasi që vlera që do të shtohet është më e vogël se 18. Në nyjën me vlerë 15 kalohet automatikisht në anën e majtë të nyjës pasi që vlera 13 është më e vogël se 15 dhe shtohet në pemë.

Shto vleren 13



Kërkimi

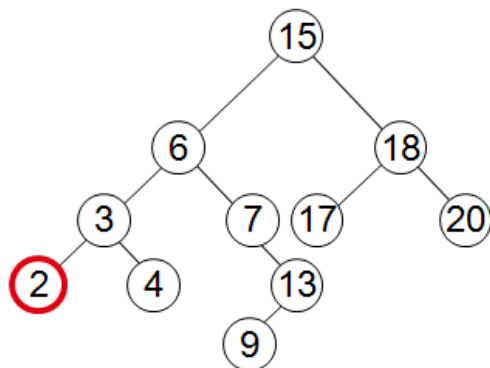
Të kërkimi fillojmë krahasimin nga rrënja e pemës nëse vlera e kërkuar është më e vogël se vlera e rrënjës (në këtë rast vlera e rrënjës është 15) atëherë shkohet nga ana e majtë e pemës. Vazhdojmë me krahasimin (nyja me vlerën 6) nëse vlera e kërkuar është më e madhe se vlera e nyjës aktuale atëherë shkohet nga ana e djathtë (te nyja me vlerë 7). Pasi që nyja me vlerë 7 ka vetëm një fëmij dhe kjo është vlera që kërkohet atëherë kërkimi ndalet.



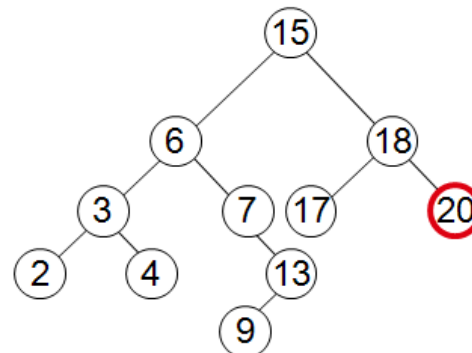
Gjetja e minimumit dhe maksimumit në një pemë të kërkimit binar

Për gjetjen e vlerës minimale në një pemë të kërkimit binar shkohet nga ana e majtë që nga rrënja deri sa të arrijmë te nyja e fundit.

Ndërsa për gjetjen e vlerës maksimale të një peme të kërkimit binar shkohet nga ana e djathtë e pemës pasi që në këtë anë janë vlerat me të mëdha në pemë.



Minimum = 2

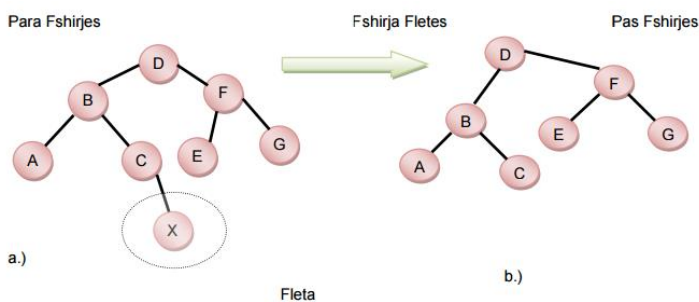


Maximum = 20

Fshirja

Fshirja është proces më i komplikuar por vije në tri rregulla. Tri rregullat referohen në problemin e fshirjes së njëjës pa ndonjë fëmijë, fshirjen e njëjës që ka vetëm një fëmijë, dhe njëjës që ka dy fëmijë. Nëse nyja nuk ka fëmijë, kjo nyje thjeshtë vetëm fshihet. Nëse nyja ka një fëmijë, fshihet nyja dhe nyja fëmijë përcillet përpara që të lidhet me nyjen prind; në këtë rast nyja fëmijë bëhet prind. Komplikimi shfaqet kur kemi të bëjmë me nyjen e cila i ka dy fëmijë, por edhe kjo tejkalohet, nëse rregullat aplikohen. Për ta fshirë një nyje me dy fëmijë, nyja pasuese në të djathtë shfrytëzohet për ta zëvendësuar nyjën rrënjë. Figurat në vazhdim paraqesin situatat e tilla.

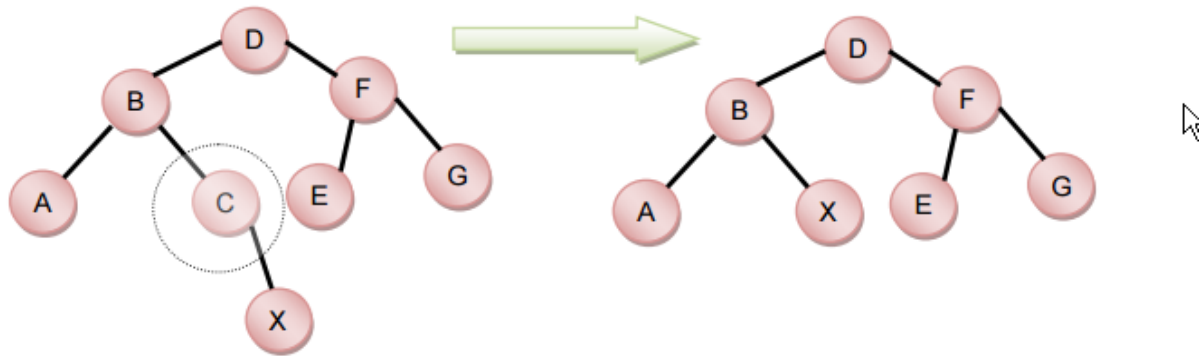
[R]



Fshirja e fletës (X) nga Pema Binare. a.) Para Fshirjes, b.) Pas Fshirjes së fletës.

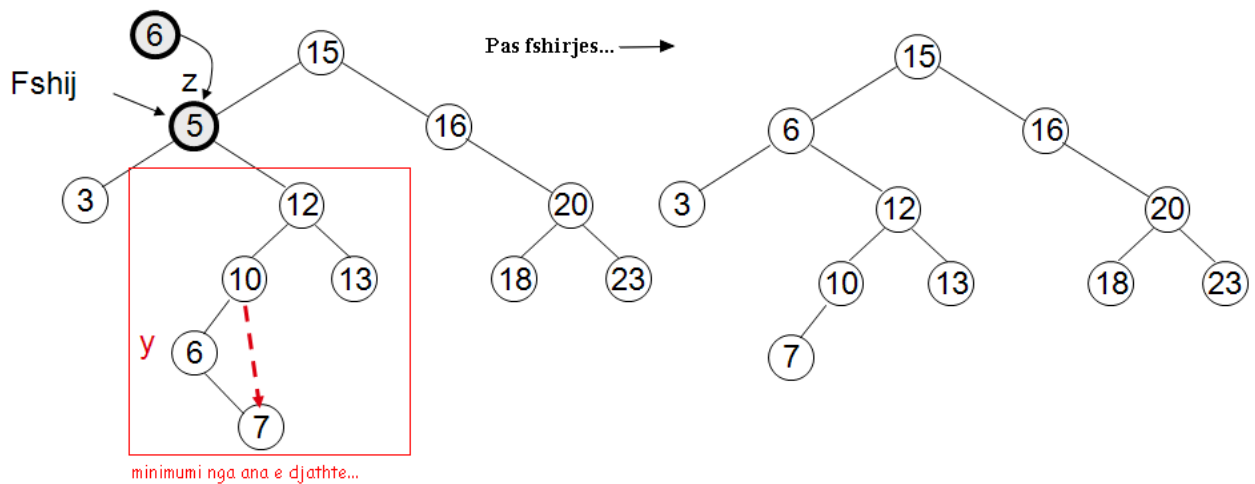
Nyja që nuk ka fëmijë quhet fletë. Figura më lartë paraqet situatën e fshirjes së njëjës e cila nuk ka fëmijë në pemën kërkuese binare.

Më poshtë është paraqitur rasti kur nyja ka një fëmijë.



Fshirja e nyjës me një fëmijë

Rasti tjetër është kur kemi të fshijmë njëjën e cila ka dy fëmijë. Në këtë rast do të fshihet nyja z me vlerën 5, pasi që kjo nyje do të fshihet duhet të zëvendësohet me tjetrën. Në këtë rast për ta gjetur zëvendësuesin e nyjës që fshihet nga ana e djathtë e kësaj nyje është gjetur minimumi dhe pastaj është zëvendësuar.



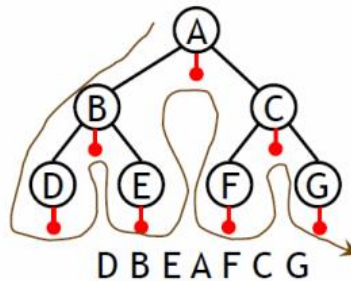
Fshirja e nyjës që ka dy fëmijë (bij)...

Bredhjet e pemëve

Bredhjet në pemë shërbejnë për arritjen në ndonjë nyje në pemë. Bredhja Nder-Rendore, Bredhja Para-Rendore dhe Bredhja Pas-Rendore.

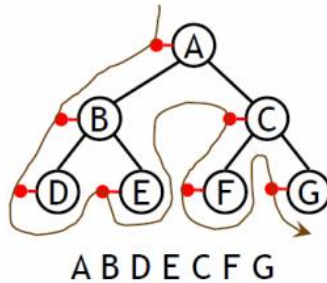
- Bredhja Nder-Rendore

- Rrënja printohet ndërmjet vlerave të nënpemës së majte dhe nënpemës së djathte : **majte, rrenja, djathte.**



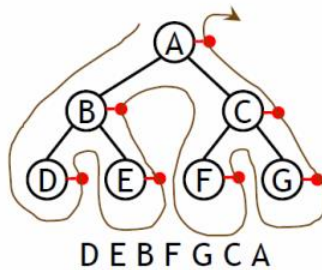
- Bredhja Para-Rendore

- rrënja printohet e para: **rrënja, majte, djathte.**

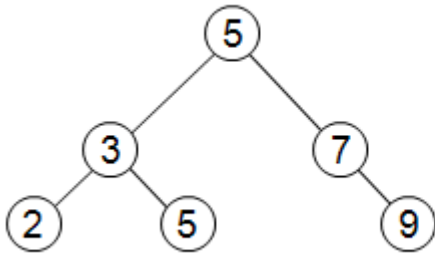


- Bredhja Pas-Rendore

- rrënja printohet e fundit: **majte, djathte, rrënja**



Shembull:



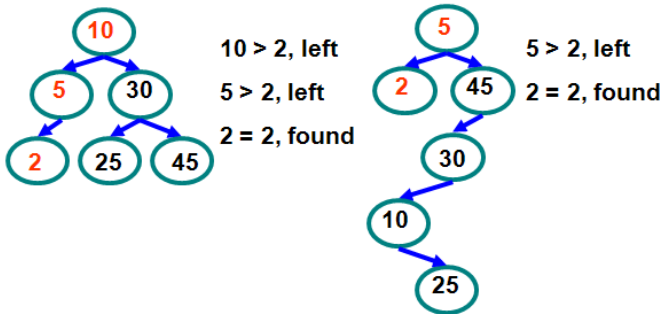
Nder-rendore : 2 3 5 5 7 9

Para-rendore : 5 3 2 5 7 9

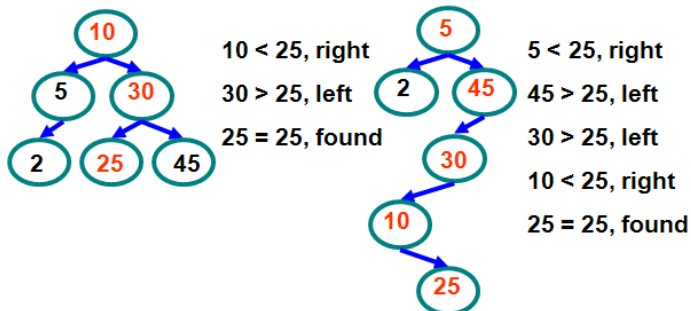
Pas-rendore : 2 5 3 9 7 5

Shembuj të kërkimit binar:

■ Find (2)

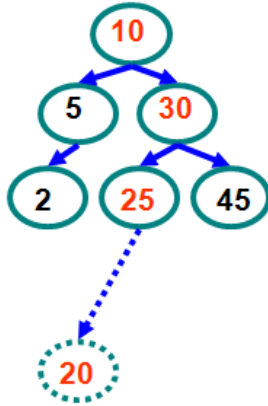


■ Find (25)



Shembuj të insertimit:

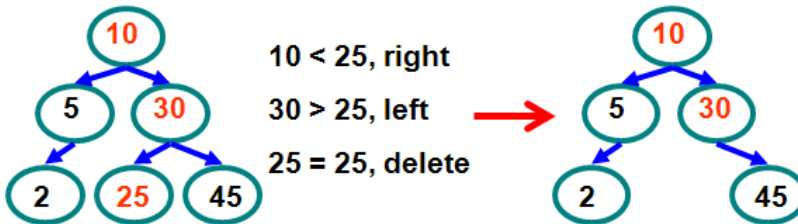
■ Insert (20)



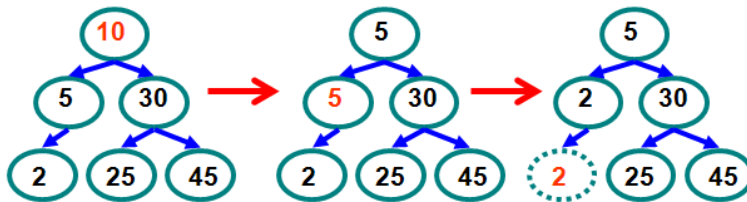
$10 < 20$, right
 $30 > 20$, left
 $25 > 20$, left
Insert 20 on left

Shembuj të fshirjes:

■ Delete (25)



■ Delete (10)

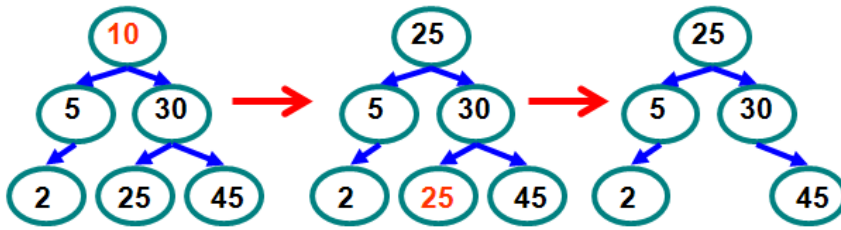


Replacing 10
with **largest**
value in left
subtree

Replacing 5
with **largest**
value in left
subtree

Deleting leaf

■ Delete (10)



Replacing 10 with **smallest** value in right subtree

Deleting leaf

Resulting tree